

Les arbres – TD

Marc BERNARD

Exercice 1

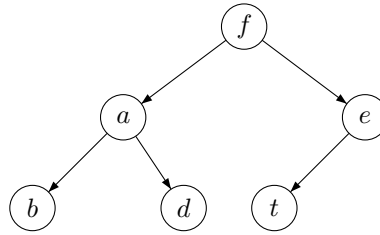


FIGURE 1 – un arbre A

- 1 - Comment peut-on construire l'arbre de la figure 1 grâce à la définition vue en cours ?
- 2 - Après avoir rappelé comment peut se définir la fonction **Profondeur** vue en cours, exécutez pas à pas **Profondeur**(d)
- 3 - Proposez une écriture de la fonction **NombreNœuds**(A) qui compte le nombre de nœuds d'un arbre binaire A .
- 4 - Là encore, exécutez pas à pas **NombreNœuds** sur l'arbre de la figure 1.

Exercice 2

On considère ici des arbres binaires dont l'ensemble des nœuds est $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, \times, /\}$

- 1 - Dessinez tous les arbres binaires permettant de représenter correctement l'expression arithmétique " $4 + 8 - 3$ ".
- 2 - Écrivez une fonction permettant, à partir d'un arbre contenant une expression arithmétique, de construire une liste contenant l'expression dans l'ordre infixe. Par exemple pour l'expression " $(4+8)-3$ ", la fonction devra construire la liste $[4, +, 8, -, 3]$.
Donnez une variante permettant de construire la liste $[(, (, 4, +, 8,), -, 3,)]$.
- 3 - Écrivez une fonction permettant, à partir d'un arbre contenant une expression arithmétique, de construire une liste contenant l'expression dans l'ordre préfixe. Par exemple pour l'expression " $(4+8)-3$ ", la fonction devra construire la liste $[-, +, 4, 8, 3]$.
- 4 - Exécutez pas à pas la construction préfixe sur un des arbres représentant l'expression " $4 + 8 - 3$ ".
- 5 - Écrivez une fonction permettant, à partir d'un arbre contenant une expression arithmétique, de l'évaluer.

Exercice 3

Proposez une écriture de la fonction **Chercher**(n, A) qui cherche le nœud n dans l'arbre binaire A .

Exercice 4

- 1 - Quel arbre binaire de recherche obtient-on en faisant les insertions successives des entiers 4, 6, 2, 3, 1, 9, et 8 dans l'arbre binaire vide ? On observera pas à pas l'insertion de 8.
- 2 - Même question si on insère les mêmes entiers dans l'ordre suivant : 3, 2, 1, 4, 6, 8, et 9.

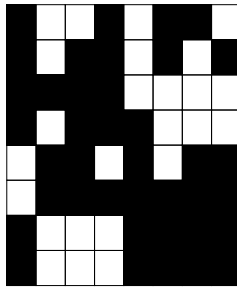


FIGURE 2 – Une images 8×8 pixels

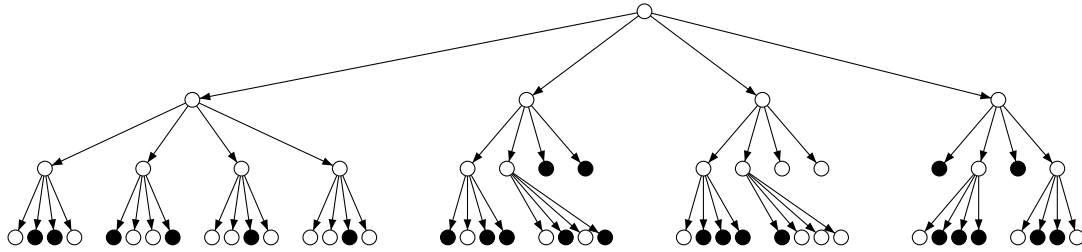


FIGURE 3 – Un quatre-arbre

Exercice 5

- 1 - Dessinez le quatre-arbre représentant l'image de la figure 2.
- 2 - Définissez l'intersection de deux images en noir et blanc.
- 3 - Écrivez une fonction permettant de construire l'image résultant de l'intersection de deux images codées par des quatre-arbres.
- 4 - Appliquez votre fonction pour calculer l'intersection de l'image de la figure 2 et de l'arbre de la figure 3.
- 2 - Dessinez l'image résultat.

Exercice 6

- 1 - Compléter la fonction **Dérivée** vue en cours afin qu'elle traite le cas de la dérivée d'un produit.
- 2 - Quelle expression obtient-on lorsqu'on utilise la fonction **Dérivée** pour dériver $3 * x + 5$?
- 3 - Quelle amélioration peut-on apporter à cette fonction ?

Exercice 7

On considère l'arbre de jeu de la figure 4 construit à partir d'une configuration (la racine) et borné à deux coups. Celui-ci illustre une partie où deux joueurs Min et Max s'affrontent. Utiliser la méthode du MinMax pour déterminer ce que doit jouer le joueur Max.

Exercice 8

Dans l'exercice 2, comment peut-on améliorer la méthode de calcul afin de gagner du temps ?

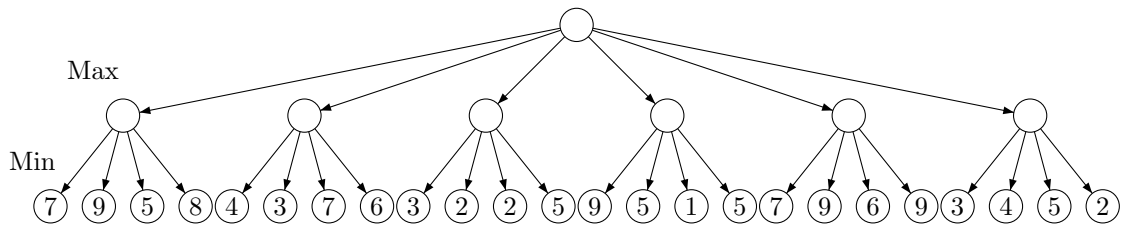


FIGURE 4 – un arbre de jeu

Exercice 9

Le jeu de Marienbad est un jeu à deux joueurs dans lequel on a quatre rangées d'allumettes. Au début de la partie, la première rangée compte une allumette, la seconde trois, la troisième cinq et la quatrième sept. À chaque tour, un joueur prend dans une même rangée le nombre d'allumettes qu'il veut. Celui qui prend la dernière allumette perd.

- 1 - Comment peut-on exprimer une configuration du jeu ?
- 2 - Combien de configurations sont atteignables en un coup depuis une configuration donnée ? Dans l'arbre de jeu, dessinez les fils d'une configuration quelconque.
- 3 - En combien de coups au pire se déroule une partie ?
- 4 - En supposant qu'une machine puisse considérer tout l'arbre de jeu, proposez une fonction d'évaluation d'une configuration.
- 5 - Dessinez l'arbre de jeu pour une fin de partie où il reste trois rangées : une de deux allumettes, et deux d'une allumette. Que faut-il jouer pour gagner ?
- 6 - Que se passe-t-il si la machine ne peut considérer qu'une partie de l'arbre de jeu ?

Exercice 10

On considère un jeu très simple pour lequel l'arbre de jeu est un arbre binaire. Écrivez la fonction MinMax

Exercice 11 - Janvier 2014 - 5 pts

On manipule ici uniquement des arbres binaires représentant des expressions arithmétiques correctement écrites.

- 1 - Écrivez le développement de l'expression $(E_1 + E_2) \times (E_3 + E_4)$.
- 2 - Écrivez une fonction qui, étant donné un arbre binaire représentant une expression arithmétique, renvoie VRAI si cette expression est de la forme $(E_1 + E_2) \times (E_3 + E_4)$, et FAUX sinon.
- 3 - Écrivez une fonction qui calcule à partir d'un arbre représentant une expression arithmétique, un arbre représentant une expression arithmétique équivalente dans laquelle **toutes** les sous expressions du type $(E_1 + E_2) \times (E_3 + E_4)$ ont été développées.

Exercice 12 - Juin 2013 - 2 pts

Écrivez une fonction qui à partir d'un arbre binaire ne contenant que des éléments entiers, calcule la somme des éléments de l'arbre.

Exercice 13 - juin 2016 - 5 pts

Écrivez une fonction $f(A,B)$ qui construit un arbre binaire de recherche contenant tous les entiers qui sont à la fois dans l'arbre binaire de recherche A et dans l'arbre binaire de recherche B.