$\LaTeX$: un exemple

Jérémie TOUTALENVERS

35 novembre 2021

Résumé

Je donne dans ce document des exemples de ce que j'ai vu en cours lors de mes années de Licence :

1. des définitions en mathématiques,
2. des données et des programmes en informatique,
3. des réactions chimiques,
4. des formules physiques...

Table des matières

1 Mathématiques

1.1 Analyse

Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction réelle, x_0 un élément du domaine de définition de f. On dit que f est continue en x_0 si et seulement si

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists \alpha > 0)(\forall x \in \mathbb{R},\ |x - x_0| < \alpha \Longrightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon)$$

1.2 Algèbre

1.2.1 Somme binomiale de nombres harmoniques

Soient n et m deux entiers, avec $n \geq 1$. On a

$$\sum_{k=1}^{n} \binom{k}{m} H_k = \binom{n+1}{m+1} H_{n+1} - \frac{1}{m+1}\binom{n+1}{m+1}$$

où $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$

1.2.2 Une définition surprenante de $n!$

Pour tout entier n,

$$n! = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (-1)^k (X-k)^n$$

1.2.3 Déterminant d'une matrice

Soit une matrice $A = (a_{i;j})$ carrée d'ordre n à coefficients réels. Le déterminant de A vérifie la formule de Leibniz :

$$\det(A) = \sum_{\sigma \in \mathfrak{S}_n} \varepsilon(\sigma) \prod_{i=1}^{n} a_{\sigma(i);i}$$

Ce déterminant se note fréquemment avec des barres verticales :

$$\det \begin{pmatrix} a_{1;1} & \cdots & a_{1;n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n;1} & \cdots & a_{n;n} \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a_{1;1} & \cdots & a_{1;n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n;1} & \cdots & a_{n;n} \end{vmatrix}$$

Une matrice a le même déterminant que sa transposée :

$$\det A = \det\left({}^t A\right)$$

2 Informatique

2.1 Mémoire

Le tableau suivant donne les temps d'accès et les capacités typiques [1] des unités de mémoire courantes.

Type	Temps d'accès	Taille	
Registre	0,1 ns	8	octets
Mémoire centrale	100 ns	5	GO
Disque	10 ms	500	GO
Archivage	1 mn	Illimitée	

2.2 Un programme C

Le programme C suivant est très mal vu des administrateurs systèmes UNIX, puisqu'il s'agit d'un *lapin* qui provoque un déni de service sur la machine qui l'exécute :

```
#include <stdlib.h>
#include <unistd.h>
int main(int argc, char *argv[]){
    while (1)
        fork();
    exit(0);
}
```

2.3 Un programme Peano

On prétend parfois que la fonction suivante inverse son argument :

```
magic(L) = si L = [] alors L
     sinon si cdr(L) = [] alors L
     sinon cons(car(magic(cdr(L))),
                magic(cons(car(L),
                           magic(cdr(magic(cdr(L)))))))
```

1. c'est-à-dire en ordre de grandeur : il existe des mémoires centrales de plus de 5 GO, et des disques de plus de 500 GO...

3 Chimie

3.1 Chimie organique

Les alcanes sont des hydrocarbures de formule générique $\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n+2}$. Ils réagissent avec l'oxygène (on parle de combustion) selon la réaction

$$\mathrm{C}_n\mathrm{H}_{2n+2} + \frac{3n+1}{2}\mathrm{O}_2 \longrightarrow n\mathrm{CO}_2 + (n+1)\mathrm{H}_2\mathrm{O}$$

3.2 Entropie d'un gaz parfait monoatomique

L'entropie S d'un gaz parfait monoatomique est donnée par l'équation de Sackur-Tetrode

$$S = kN\left(\ln\left[\frac{V}{N}\left(\frac{4\pi m}{3h^2}\frac{U}{N}\right)^{3/2}\right] + \frac{5}{2}\right)$$

où

- V est le volume du gaz,
- N est le nombre de particules dans le gaz,
- U est l'énergie interne du gaz,
- m est la masse d'une particule du gaz,
- k est la constante de Boltzman, $1,38 \times 10^{-23} J/K$,
- h est la constante de Planck, $6,63 \times 10^{-34} J.s$.

4 Physique

4.1 Mécanique du point

L'accélération que subit un corps est proportionnelle à la résultante des forces qui agissent sur lui, et inversement proportionnelle à sa masse m :

$$\frac{d^2\vec{\mathbf{x}}}{dt^2} = \frac{1}{m}\sum_i \vec{F}_i$$

4.2 Électronique

On considère un condensateur sphérique composé d'une sphère conductrice de rayon R_1 (et donc de surface $S = 4\pi R_1^2$), placée à l'intérieur d'une sphère de rayon R_2. La capacité du condensateur sphérique est donnée par la formule

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

où ε_0 désigne la permittivité relative du vide. Si la distance $e = R_2 - R_1$ entre les sphères est petite devant R_1 et R_2, on a, en posant $R_1 = R$,

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R(R+e)}{e} \simeq 4\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{e} = \varepsilon_0 \frac{S}{e}$$